



scienceevolution

ISSN: 2810-8728 (En línea)

1.13

ENERO - MARZO 2025

Artículo Científico

132 - 139



ARTÍCULO
Científico

RENDIMIENTO DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN CON EL OPTIMIZADOR DEL LOBO GRIS: UN ANÁLISIS COMPARATIVO

PORTFOLIO PERFORMANCE WITH THE GREY WOLF OPTIMIZER: A COMPARATIVE ANALYSIS

Isabel Muñoz-Montero

isabel.muniz@uppuebla.edu.mx

ORCID: 0000-0002-2917-3648

Universidad Politécnica de Puebla, Juan C. Bonilla, Puebla - México

Carlos Muñoz-Montero

dsanchez22@utmachala.edu.ec

ORCID: 0000-0003-4386-5066

Universidad Politécnica de Puebla, Juan C. Bonilla, Puebla - México

Aceptación: 13 de Marzo del 2025

Publicación: 26 de Marzo del 2025

RESUMEN

Este estudio evalúa el desempeño del Optimizador de Lobo Gris (GWO) en la optimización de portafolios de inversión, comparándolo con métodos basados en gradientes y otras metaheurísticas. Aunque existen diversas variantes de este algoritmo, no se han realizado estudios que lo enfrenten directamente a estos enfoques en un mismo marco comparativo. Para ello, se emplea el modelo media-varianza de Markowitz, analizando su capacidad para maximizar el retorno esperado dentro de un nivel de riesgo aceptable, con base en el índice de Sharpe y el tiempo de convergencia. El estudio sigue un diseño cuantitativo-longitudinal, analizando estrategias de inversión a partir de datos históricos obtenidos del sitio Investing.com. Se consideran dos portafolios: uno con 20 activos para diversificación y otro con 10 activos de alta volatilidad. La optimización se implementa en Matlab, comparando los métodos fmincon, algoritmo genético, optimización por enjambre de partículas, búsqueda por patrones y GWO con 4, 10 y 20 agentes. Los resultados destacan que GWO logra un equilibrio entre rendimiento y eficiencia computacional, posicionándose como una alternativa robusta frente a los demás métodos evaluados.

Palabra clave: Optimizador de Lobo Gris; Gestión de Portafolios, Optimización del Índice de Sharpe

ABSTRACT

This study evaluates the performance of the Grey Wolf Optimizer (GWO) in optimizing investment portfolios, comparing it with gradient-based methods and other metaheuristics. While various variants of this algorithm exist, no studies have directly compared it to these approaches within the same comparative framework. To this end, Markowitz's mean-variance model is employed, analyzing its capacity to maximize expected returns within an acceptable risk level based on the Sharpe ratio and convergence time. The study follows a quantitative-longitudinal design, examining investment strategies using historical data sourced from Investing.com. Two portfolios are considered: one with 20 assets for diversification and another with 10 high-volatility assets. Optimization is implemented in Matlab, comparing the fmincon, genetic algorithm, particle swarm optimization, pattern search, and GWO methods with 4, 10, and 20 agents. The results highlight that GWO achieves a balance between performance and computational efficiency, positioning itself as a robust alternative compared to the other evaluated methods.

Keyword: Grey Wolf Optimizer, Portfolio Management, Sharpe Ratio Optimization

RENDIMIENTO DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN CON EL OPTIMIZADOR DEL LOBO GRIS: UN ANÁLISIS COMPARATIVO

Isabel Muñoz-Montero

ORCID: 0000-0002-2917-3648

<https://revista.scienceevolution.com/>

Carlos Muñoz-Montero

ORCID: 0000-0003-4386-5066





INTRODUCCIÓN

Mirjalili et al., (2014) presentaron la metaheurística denominada “Optimizador de Lobo Gris” (GWO, por sus siglas en inglés), una técnica de optimización metaheurística inspirada en la jerarquía social y las estrategias de caza de los lobos grises (*Canis lupus*). Los lobos se dividen en alfa, beta, omega y delta, con roles específicos en la toma de decisiones y la estabilidad del grupo. El algoritmo simula la caza en grupo, con etapas de rastreo, persecución y ataque. A partir de una población inicial, se designan los tres lobos más aptos (alfa, beta y delta), y los demás ajustan sus posiciones según estos líderes. El proceso se repite hasta alcanzar una condición de convergencia, como un número máximo de iteraciones o un umbral de error. El algoritmo imita el cerco, la persecución y el ataque a la presa (solución óptima), adaptando las posiciones hacia la mejor solución encontrada hasta el momento. El algoritmo GWO ha sido aplicado en diversas áreas, como el procesamiento de imágenes (Wang et al., 2021), el diagnóstico de diabetes (Khosravi & Azarnik, 2024), la optimización del tamaño de los transistores en amplificadores CMOS (Asaithambi et al., 2019) y el control de trayectoria de robots móviles (Xue et al., 2024), por mencionar algunas.

Por otro lado, el uso de algoritmos metaheurísticos es cada vez más común en el creciente campo de las finanzas computacionales (Doering et al., 2019; Gunjan & Bhattacharyya, 2023), siendo la optimización de portafolios de inversión un caso específico. Por ejemplo, Fernández et al. (2019) emplearon algoritmos genéticos para diseñar portafolios eficientes en la Bolsa Mexicana de Valores, logrando una diversificación óptima. De manera similar, De Greiff y Rivera (2018) utilizaron un algoritmo genético multiobjetivo en la Bolsa de Valores de Colombia, incorporando restricciones como costos de transacción y limitaciones presupuestarias.

En el caso específico de la utilización del algoritmo GWO para optimización de portafolios se tienen también varios casos reportados. Por ejemplo, Sakalauskas et al. (2023) presentaron un estudio en el que se utilizó el GWO para minimizar la varianza media, logrando un retorno 3.52% superior al de la inversión directa en el índice S&P500. De manera similar, Yu y Liu (2022) desarrollaron una versión modificada del GWO que superó a la versión convencional en precisión y convergencia, utilizando Dinámica Evolutiva Adaptativa de Poblaciones. Asimismo, Mazraeh, Daneshvar, Madanchi Zaj y Roodposhti (2022) optimizaron un portafolio de inversión en la Bolsa de Teherán mediante una combinación de análisis técnico, Cadenas de Markov y aprendizaje automático. Para esta optimización, emplearon GWO multi-objetivo (Multi-Objective Grey Wolf Optimizer) y NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II), demostrando que MOGWO obtuvo un mayor rendimiento, aunque con un riesgo ligeramente superior.

No obstante, aunque en la literatura existen múltiples versiones modificadas, híbridas y paralelizadas del GWO (Mirjalili et al., 2016), hasta donde es conocimiento de los autores, no se han realizado estudios que comparen de manera conjunta el rendimiento del GWO en la optimización de portafolios de inversión con algoritmos tradicionales basados en gradientes, ni con otras metaheurísticas o algoritmos evolutivos. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es llevar a cabo dicha comparación utilizando como base la teoría fundamental de Markowitz (1952) y su modelo media varianza, el cual, pese a sus limitaciones, sigue siendo un referente en la optimización de portafolios debido a su simplicidad y formalismo matemático (Mendizabal et al., 2002). Este enfoque permitirá establecer un marco común para evaluar la efectividad del GWO en la maximización del retorno esperado del portafolio dentro de un nivel de riesgo aceptable, proporcionando una comparación clara y estructurada con otros métodos de optimización.

Este estudio adopta un enfoque cuantitativo y experimental para evaluar la eficiencia de distintos algoritmos de optimización en la gestión de portafolios de inversión. Se utilizan datos históricos de dos portafolios con diferentes niveles de diversificación y volatilidad para comparar el desempeño de los algoritmos en la optimización del índice de Sharpe y la reducción del riesgo. La optimización se implementa en la versión en línea de Matlab, donde se calculan retornos, varianzas y matrices de covarianza, generando la frontera eficiente y comparando los portafolios optimizados con estrategias iniciales y aleatorias. Se consideran para la comparación los algoritmos fmincon, algoritmo genético (GA) (Chang & Young, 2019), optimización por enjambre de partículas (PSO) (Zhang, Huang, & Zhao, 2015) y búsqueda por patrones (pattern search), además del GWO, con 4, 10 y 20 agentes (lobos).

Por ello, los fundamentos teóricos de este estudio incluyen la Metaheurística del Lobo Gris, el Modelo de Markowitz y el índice de Sharpe como métrica de desempeño.

Metaheurística del Lobo Gris

La formulación matemática del comportamiento del algoritmo GWO de la Figura 1 se describe mediante las siguientes ecuaciones (Mirjalili et al., 2014):



$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)|, \quad (1)$$

$$\vec{X}(t + 1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D}, \quad (2)$$

donde t indica el número de iteración, \vec{A} y \vec{C} son vectores de coeficientes, \vec{X}_p representa la posición de la presa, y \vec{X} representa la posición del lobo. Estos vectores se calculan mediante:

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a}, \quad (3)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2. \quad (4)$$

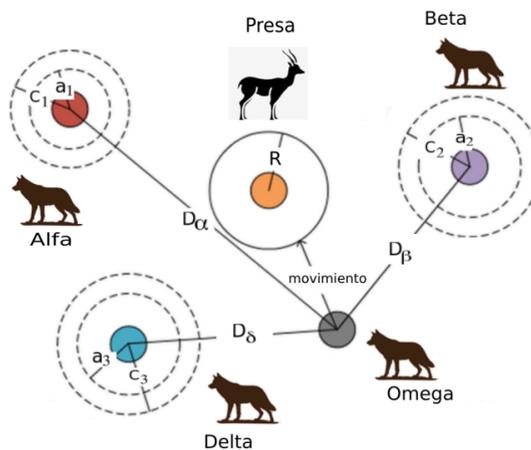
Los elementos de \vec{a} disminuyen linealmente de 2 a 0 a lo largo de las iteraciones, mientras que \vec{r}_1 y \vec{r}_2 son vectores aleatorios en el rango $[0, 1]$. Los lobos, liderados por el lobo alfa, son expertos en localizar y rodear a su presa durante la caza, con ayuda de los lobos beta y delta. En un espacio de búsqueda abstracto, se asume que los lobos alfa, beta y delta tienen mejor conocimiento de la ubicación de la presa. Por lo tanto, se retienen las tres mejores soluciones y los demás agentes (lobos) actualizan sus posiciones en función de ellas. Las fórmulas correspondientes son:

$$\vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}_j|, \vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}_j|, \vec{D}_\delta = |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}_j|, \vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot \vec{D}_\alpha, \vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot \vec{D}_\beta, \vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot \vec{D}_\delta, \quad (5)$$

$$\vec{X}(t + 1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3}. \quad (6)$$

Los vectores \vec{r}_1 y \vec{r}_2 impiden que los lobos sigan un camino determinista hacia el óptimo, favoreciendo la exploración del espacio de soluciones y evitando que el algoritmo se quede atrapado en mínimos locales. \vec{A} fluctúa entre $[-2a, 2a]$. Si su valor absoluto es mayor que 1, los lobos se alejan de la presa, favoreciendo la exploración. Si es menor que 1, los lobos se acercan, indicando una preferencia por la explotación. El vector \vec{C} determina la dirección hacia la presa. La influencia de \vec{A} y \vec{C} disminuye conforme \vec{a} se aproxima a 0, promoviendo la explotación alrededor de la mejor solución.

Figura 1
Algoritmo del Lobo Gris (GWO)



Modelo de Markowitz

Este modelo describe la teoría de selección óptima de portafolios de inversión (Markowitz, 1952). Permite a los inversionistas equilibrar riesgo y retorno, ya sea maximizando el retorno con un riesgo aceptable o minimizando el riesgo con un retorno esperado mínimo. El modelo asume que el retorno del portafolio es una variable aleatoria con una distribución de probabilidad estimada por el inversor, donde el valor esperado mide el retorno y la varianza o desviación estándar cuantifica el riesgo y la dispersión de los activos. El modelo determina los pesos w_i que maximizan el retorno esperado del portafolio dentro de un nivel de riesgo aceptable, y se expresa como:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i). \quad (7)$$





Sujeto a las restricciones:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2 \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; w_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n), \tag{9}$$

donde n es el número de activos en el portafolio, R_i y $E(R_i)$ representan el retorno y el valor esperado del activo i , respectivamente. R_p es el retorno del portafolio con valor esperado $E(R_p)$ y w_i es el porcentaje de capital asignado a cada activo. La varianza del retorno del portafolio se expresa como $\sigma_p^2 = \sigma^2(R_p)$, mientras que σ_{ij} representa la covarianza entre los retornos de cada par de activos. Finalmente, σ_0 es el límite establecido para la varianza del portafolio.

Métricas de desempeño

El índice de Sharpe, que mide el retorno del portafolio en relación con el riesgo, se calcula dividiendo la diferencia entre el retorno y la tasa libre de riesgo R_f (como los bonos del gobierno) por σ_p (Ortiz et al., 2021). Un índice de Sharpe alto indica que se obtuvo un buen retorno por cada unidad de riesgo, mientras que uno bajo señala que el retorno no compensa adecuadamente el riesgo. El objetivo de la optimización es maximizar:

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \tag{10}$$

El tiempo de procesamiento t_p se utilizará para evaluar la eficiencia de las técnicas de optimización. Por consiguiente, analizar estos tiempos permitirá medir la capacidad computacional de cada algoritmo, destacando aquellos que alcanzan una convergencia más rápida sin comprometer la calidad de la solución.

MÉTODO

Enfoque metodológico

Estudio con un enfoque cuantitativo-experimental, basado en la recolección, análisis y comparación de datos numéricos para evaluar la eficiencia de distintos algoritmos de optimización aplicados a la gestión de portafolios de inversión.

Diseño de estudio

Diseño longitudinal, ya que utiliza datos históricos para examinar la evolución de las estrategias de inversión a lo largo del tiempo. El diseño es comparativo y experimental porque analiza el desempeño de distintos algoritmos de optimización en la gestión de portafolios. Se emplean datos históricos obtenidos del sitio Investing.com para evaluar su aplicación en dos portafolios de inversión. El primero contiene 20 activos y favorece la diversificación, con rendimientos mensuales de enero de 2016 a enero de 2021 (Tabla 1). El segundo incluye 10 activos del sector de energías renovables, caracterizado por su alta volatilidad, con datos desde octubre de 2018 hasta septiembre de 2023 (Tabla 2).

Tabla 1

Lista de activos considerados en el Ejemplo 1

Ticker (símbolo bursátil)	Nombre	Industria
MCD	McDonald's	Comida rápida
WMT	Walmart	Comercio minorista
KO	Coca Cola	Bebidas
T	AT&T	Comunicaciones
BAC	Bank of America	Banca
KHC	The Kraft Heinz Company	Bienes de consumo empaquetados
BA	Boeing	Fabricación de aeronaves
AAPL	Tesla	Automóviles
AMZN	Apple	Computadoras y periféricos
PFE	Amazon	Venta minorista en línea
GS	Pfizer	Productos farmacéuticos
MMM	Goldman Sachs	Manufactura diversificada
AXP	American Express	Servicios financieros



CAT	Caterpillar	Equipos de construcción
FCAU	Fiat Chrysler	Automóviles
UL	Unilever	Bienes de consumo
COST	Costco	Venta minorista con descuento
XOM	Exxon Mobile	Derivados del petróleo
VZ	Verison	Comunicaciones

Tabla 2

Lista de activos considerados en el Ejemplo 2

Ticker (símbolo bursátil)	Nombre	Bolsa
ENPH	Enphase Energy, Inc.	NASDAQ
RUN	Sunrun Inc.	NASDAQ
FSLR	First Solar, Inc.	NASDAQ
SPWR	SunPower Corporation	NASDAQ
ORA	Ormat Technologies, Inc.	NYSE
VWS	Vestas Wind Systems A/S	CPH (Dinamarca)
BEP	Brookfield Renewable Partners L.P.	NYSE
NEP	NextEra Energy Partners, LP	NYSE
ITRI	Itron, Inc.	NASDAQ
PLUG	Plug Power Inc.	NASDAQ

Tipo de estudio

Cuantitativo y descriptivo, enfocado a evaluar la efectividad de distintos algoritmos en la optimización del índice de Sharpe y la reducción del riesgo del portafolio. Se consideran los algoritmos fmincon, algoritmo genético (GA), optimización por enjambre de partículas (PSO) y *pattern search*, además del Optimizador de Lobo Gris con 4, 10 y 20 agentes. Se comparan los resultados en términos de retorno, riesgo (índice de Sharpe) y tiempo de ejecución.

Instrumentos y herramientas

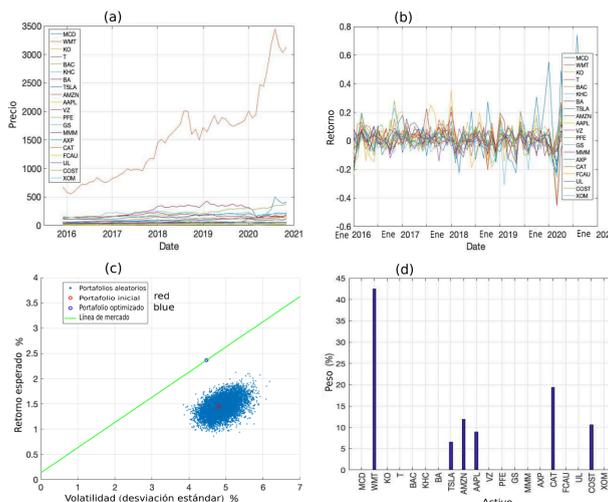
Los datos se procesaron en un archivo de Excel que proporcionó la información necesaria para calcular retornos, varianza y covarianza. La optimización se realizó en Matlab versión en línea, donde se importaron los precios de los activos, se extrajeron fechas y valores, y se calcularon los retornos y la matriz de covarianza. Se estableció la tasa libre de riesgo mensual R_f y se construyó un portafolio preliminar con pesos iguales en todos los activos. Cada algoritmo minimizó la función objetivo, es decir, el índice de Sharpe negativo, ajustando los pesos del portafolio.

Procesamiento de datos

Con Matlab se generaron mapas de calor de matrices de covarianza, precios históricos, retornos mensuales, distribuciones de probabilidad, comparaciones de riesgo y retorno, y la frontera eficiente (véase el Gráfico 1). Además, se compararon la volatilidad y el desempeño de portafolios aleatorios con el inicial y el optimizado, mostrando los pesos óptimos de inversión y el índice de Sharpe como referencia de rendimiento

Gráfico 1

Ejemplo de los resultados al ejecutar el archivo en Matlab con cada algoritmo de optimización



Nota: (a) Precios históricos. (b) Retornos históricos mensuales; (c) Frontera eficiente; (d) Pesos óptimos.



RESULTADOS

La Tabla 3 presenta una comparación de los resultados obtenidos al optimizar el portafolio de inversión del Ejemplo 1. El algoritmo fmincon demuestra el índice de Sharpe más alto, con un valor de 0.4981 (este valor sugiere que la inversión tiene un rendimiento superior al libre de riesgo), acompañado de un tiempo de ejecución moderado de 1.69 segundos. El algoritmo PSO tiene el ratio de Sharpe más bajo (0.3348), el mayor riesgo (5.44 %) y una duración de ejecución de 152 segundos, mientras que el algoritmo GA requiere 48.63 segundos (16,400 iteraciones). El algoritmo Patternsearch exhibe una eficiencia destacable, obteniendo un índice de Sharpe de 0.4371 y un tiempo de 1.34 segundos. No obstante, el GWO tiene un equilibrio favorable entre rendimiento y tiempo de ejecución. Su ratio de Sharpe varía de 0.4960 a 0.4980 con duraciones de ejecución que van desde 0.11 a 0.20 segundos, dependiendo del número de agentes. Reducir ligeramente la población de lobos mejora marginalmente los tiempos de ejecución, sin un impacto significativo en el ratio de Sharpe o en el riesgo.

Tabla 3

Comparación de Rendimiento de Algoritmos de Optimización (Ejemplo 1)

Algoritmo	Retorno (%)	Riesgo (σ , %)	Razón de Sharpe	Tiempo (s)	Iteraciones
fmincon	2.37	4.47	0.4981	1.69	525
Algoritmos Genéticos	2.16	4.48	0.4520	48.63	16,400
PO	1.96	5.44	0.3348	152	14,600
Patternsearch	2.16	4.64	0.4371	1.34	119
GWO (4 lobos)	2.33	4.42	0.496	.11	10
GWO (10 lobos)	2.43	4.63	0.4954	0.11	85
GWO (20 lobos)	2.37	4.47	0.4980	0.20	70

La Tabla 4 presenta una comparación de los resultados obtenidos al optimizar el portafolio de inversión del Ejemplo 2. Los algoritmos fmincon y GWO con 4, 10 y 20 lobos destacan con índices de Sharpe mensual y anual de 0.3446 y 1.1936, logrando un equilibrio entre riesgo y retorno, y posicionándose como los más efectivos en este estudio. Aunque los algoritmos GA y Simulated Annealing presentan niveles de riesgo más bajos (16.79 % y 18.16 %, respectivamente), su rendimiento no es suficiente para compensar este riesgo, obteniendo índices de Sharpe inferiores (0.2930 y 0.3317, respectivamente). El GWO de 10 lobos es el algoritmo más eficiente, completando la optimización en 0.11 segundos, seguido de GWO de 20 lobos (0.21 segundos) y fmincon con 0.29 segundos. Estos tres son competitivos en rendimiento y eficiencia computacional. En contraste, GA y Simulated Annealing son más lentos, con tiempos de 59.47 y 4.13 segundos, respectivamente, debido a la gran cantidad de iteraciones necesarias para converger (13,600 y 2,023 respectivamente). Los distintos esquemas de GWO requieren menos de 34 iteraciones, demostrando su capacidad para alcanzar soluciones óptimas con menos iteraciones y tiempos reducidos.

Tabla 4

Comparación de Rendimiento de Algoritmos de Optimización (Ejemplo 2)

Algoritmo	Retorno (%)	Riesgo (σ , %)	Razón de Sharpe (mensual/anual)	Tiempo (s)	Iteraciones
fmincon	7.20	19.72	0.3446/1.1936	0.29	220
Algoritmos Genéticos	5.32	16.79	0.2930/1.0148	59.47	13,600
Patternsearch	7.20	20.52	0.3312/1.1474	1.16	96
Simulated Annealing	6.43	18.16	0.317/1.1489	1.43	2,023
GWO (4 lobos)	7.20	19.72	0.3445/1.1935	0.48	34
GWO (10 lobos)	7.20	19.71	0.3446/1.1936	0.11	20
GWO (20 lobos)	7.20	19.71	0.3446/1.1936	0.21	20

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos demuestran que el Optimizador de Lobo Gris es una alternativa eficiente para la optimización de portafolios, logrando un equilibrio notable entre rendimiento y eficiencia computacional. Aunque el algoritmo fmincon obtuvo el mayor índice de Sharpe en el Ejemplo 1 (0.4981), su tiempo de ejecución fue significativamente mayor (1.69 segundos) en comparación con el GWO, que alcanzó un rendimiento similar (0.4960 a 0.4980) en tiempos de ejecución que oscilaron entre 0.11 y 0.20 segundos. Este comportamiento sugiere que GWO logra soluciones competitivas con una fracción del costo computacional requerido por métodos basados en



gradientes.

En el Ejemplo 2, el GWO con 4, 10 y 20 lobos obtuvo índices de Sharpe mensual y anual de 0.3446 y 1.1936, respectivamente, posicionándose junto con fmincon como los enfoques más efectivos. No obstante, la eficiencia computacional del GWO lo distingue de otras alternativas. En particular, la configuración con 10 lobos completó la optimización en solo 0.21 segundos, superando a fmincon (0.29 segundos) y mostrando una ventaja significativa frente a GA y Simulated Annealing, que requirieron 59.47 y 4.13 segundos, respectivamente, debido a la gran cantidad de iteraciones necesarias para la convergencia. Además, los diferentes esquemas de GWO lograron converger en menos de 34 iteraciones, demostrando su capacidad para alcanzar soluciones óptimas con menor esfuerzo computacional.

Los resultados muestran que el rendimiento de PSO y GA es menos competitivo. PSO obtuvo el menor índice de Sharpe (0.3348) y el mayor nivel de riesgo (5.44%), con un tiempo de ejecución de 152 segundos, lo que lo convierte en la opción menos eficiente. GA, aunque mejor en rendimiento que PSO, requirió 48.63 segundos y 16,400 iteraciones, lo que contrasta con la rapidez del GWO. Asimismo, a pesar de que GA y Simulated Annealing presentan menores niveles de riesgo, su capacidad para generar retornos no compensa esta reducción, obteniendo índices de Sharpe inferiores (0.2930 y 0.3317, respectivamente).

CONCLUSIONES

Los resultados destacan la ventaja del GWO al proporcionar soluciones con alta eficiencia computacional y un rendimiento competitivo. Su capacidad para optimizar portafolios en tiempos considerablemente menores y con pocas iteraciones lo posiciona como una alternativa sólida frente a los enfoques tradicionales basados en gradientes o estrategias evolutivas. Además, la flexibilidad en la cantidad de agentes (lobos) permite ajustar su desempeño según los requerimientos del problema, asegurando un equilibrio entre precisión y eficiencia computacional. Por estas razones, el GWO se presenta como una herramienta eficaz para la optimización de portafolios en escenarios donde la rapidez y la calidad de la solución son prioritarias.

Como trabajo futuro, se propone diseñar versiones modificadas del GWO que permitan una transición más flexible entre las etapas de búsqueda, persecución y ataque a la presa (solución óptima), en contraste con la reducción lineal de 2 a 0 de $a \rightarrow a$ en (3). Para ello, se explora el uso de derivadas de orden fraccional en dicha relación lineal. Asimismo, será necesario analizar las métricas de desempeño del GWO al incorporar restricciones en la optimización de portafolios.

REFERENCIAS

- Asaithambi, S., Rajappa, M., & Ravi, L. (2019). Optimal transistor sizes and bias current values of CMOS differential amplifier and an operational amplifier using a hybrid grey wolf optimization method. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 36(5), 4235–4245. <https://doi.org/10.3233/JIFS-169981>
- Chang, K.-H., & Young, M. N. (2019). Behavioral stock portfolio optimization considering holding periods of B-stocks with short-selling. *Computers & Operations Research*, 112, 104773. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.104773>
- De Greiff, J., & Rivera, G. (2018). Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo: Caso aplicado a la Bolsa de Valores de Colombia. *Estudios Gerenciales*, 34(146), 74-87. <https://doi.org/10.18046/j.estger.2018.146.2812>
- Doering, J., Kizys, R., Juan, A. A., Fito, A., & Polat, O. (2019). Metaheuristics for rich portfolio optimisation and risk management: Current state and future trends. *Operations Research Perspectives*, 6, 100121. <https://doi.org/10.1016/j.orp.2019.100121>
- Fernández Cortez, V., Valle Cruz, D., & Lizola Margolis, P. E. (2019). Optimización de portafolios de inversión con algoritmos genéticos. *Revista de Investigación en Ciencias Contables y Administrativas*, 4(2). <https://ricca.umich.mx/index.php/ricca/article/view/38>



Gunjan, A., & Bhattacharyya, S. (2023). A brief review of portfolio optimization techniques. *Artificial Intelligence Review*, 56(7), 3847–3886. <https://doi.org/10.1007/s10462-022-10273-7>

Khosravi, A., & Azarnik, A. (2024). LDA-GWO: Utilizing LDA and Gray Wolf Optimizer in diabetes diseases diagnosis. In *2024 20th CSI International Symposium on Artificial Intelligence and Signal Processing (AISP)* (pp. 1–7). <https://doi.org/10.1109/AISP61396.2024.10475253>

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.2307/2975974>

Mazraeh, N. B., Daneshvar, A., Madanchi Zaj, M., & Roodposhti, F. R. (2022). Stock portfolio optimization using a combined approach of multi-objective grey wolf optimizer and machine learning preselection methods. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2022, 5974842, 20 pages. <https://doi.org/10.1155/2022/5974842>

Mendizabal Zubeldia, A., Miera Zabalza, L. M., & Zubia Zubiaurre, M. (2002). El modelo de Markowitz en la gestión de carteras. *Cuadernos de Gestión*, 2(1), 33–46. <https://doi.org/10.5295/cdq.19217am>

Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software*, 69, 46–61. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007>

Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., Saremi, S., Faris, H., & Aljarah, I. (2016). Grey wolf optimizer: A review of recent variants and applications. *Neural Computing and Applications*, 27, 3055–3065. <https://doi.org/10.1007/s00521-017-3272-5>

Ortiz, R., Contreras, M., & Mellado, C. (2021). Improving the volatility of the optimal weights of the Markowitz model. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 35(1), 2836–2858. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2021.1981963>

Sakalauskas, V., Kriksciuniene, D., & Imbrasas, A. (2023). Stock portfolio risk-return ratio optimisation using grey wolf model. In *Springer International Publishing* (pp. 211–232). https://doi.org/10.1007/978-3-031-24453-7_10

Wang, M., Liu, W., Chen, M., Huang, X., Han, W. (2021). A band selection approach based on a modified gray wolf optimizer and weight updating of bands for hyperspectral image. *Applied Soft Computing* 112, 107805. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.107805>

Xue, H., Lu, S., & Zhang, C. (2024). An adaptive control based on improved gray wolf algorithm for mobile robots. *Applied Sciences*, 14(7), 7092. <https://doi.org/10.3390/app14167092>

Yu, X., & Liu, Z. (2022). Multiple strategies grey wolf optimizer for constrained portfolio optimization. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 43, 1203–1227. <https://doi.org/10.3233/JIFS-212729>